

**Pålars bärförmåga i
elastiskt medium
under hänsynstagande
till initialkrökning
och egenspänningar
i pålmaterialet.**

av
civilingenjörerna
Stig Bernander
och
Ingmar Svensk

I N F O R M A T I O N F R Å N

stabilator

INGENJÖRSVETENSKAPSAKADEMIEN

Pålkommisionen



Särtryck och preliminära
rapporter nr 23

PÅLARS BÄRFÖRMÅGA I ELASTISKT
MEDIUM UNDER HÄNSYNSTAGANDE
TILL INITIALKRÖKNING OCH EGEN-
SPÄNNINGAR I PÅLMATERIALET

Civilingenjör Stig Bernander

AB Skånska Cementgjuteriet, Göteborg
Konstruktionschef för anläggningsarbeten

Civilingenjör Ingmar Svensk

AB Skånska Cementgjuteriet, Göteborg
Konstruktör, gruppchef

Stockholm februari 1970

De i rapporten framförda åsikterna är författarnas och
behöver ej vara pålkommisionens ståndpunkt

Pris 20 kr

BEARING CAPACITY OF PILES IN AN ELASTIC MEDIUM CONSIDERING
INITIAL CURVATURE AND REMNANT STRESSES IN PILE MATERIAL.

English summary.

The current use of rail and other steel profiles for piling has stressed the need for established methods for determining the influence of initial lateral deflection on the ultimate bearing capacity of piles. In the present article the authors have studied this problem in connection with piles in soft clays. A true solution for the relation between axial load and deflection is deduced for the simple case when the initial shape of the pile is a sinus curve. As the deformations of driven piles are likely to be anything but sinus curves the authors propose a procedure by means of which the exact solution for the sinus curve with some approximation can be adapted to arbitrary shapes of bent piles.

Products of most materials are subject to remnant stresses due to temperature and shrinkage effects originating from the processes of manufacture. As well known, steel profiles are no exception to this rule. The authors suggest a method to determine the effects of initial temperature stresses on the ultimate load of steel piles. This effect is found to be "surprisingly small" - in a defined case about 10%.

Förord

Utförda pålningsarbeten med valsämnespålar har aktualiserat bristen på etablerade beräkningsmetoder för dels hur i verkligheten uppmätta deformationer hos slagna pålar, dels egenspanningar i desamma inverkar på bärförmågan. Författarna har på uppdrag av Stabilator AB studerat dessa förhållanden. Ett sammandrag av här föreliggande rapport har publicerats i Väg- och Vattenbyggaren nr 12 1969 och i IVA:s Pålkommissions serie Särtryck och preliminära rapporter nr 24.

PÅLARS BÄRFÖRMÅGA I ELASTISKT MEDIUM UNDER HÄNSYNS- TAGANDE TILL INITIALKRÖKNING OCH EGENSPÄNNINGAR I PÅLMATERIALET.

Inledning

Beräkning av teoretisk knäcklast för tryckta strävor omgivna av ett elastiskt medium brukar göras enligt den kända formeln

$$P = 2 \sqrt{cb \cdot EI}, \text{ där} \quad \dots\dots\dots 1$$

$$\frac{1}{cb} = \frac{1}{k} = \text{mediets sammantryckning för 1 Mp/m (bäddmodu-
len)}$$

b = strävans diameter resp sida

EI = strävans styvhet

Vid härledningen av detta uttryck, har man förutsatt idealelastiska egenskaper hos såväl den tryckta strävan som det omgivande mediet. Storleken hos en strävas initialkrökning har därvid ingen betydelse för den på så sätt erhållna knäcklasten.

I verkligheten är de idealelastiska deformationerna hos såväl strävan som mediet begränsade av resp materials elasticitetsgränser varav följer, att man icke kan bortse från de utböjningar strävan undergår under knäckningsförloppet. Dessa utböjningar är i sin tur direkt beroende av strävans initialkrökning. Att beräkna en strävas knäcklast utan hänsynstagande till initialkrokigheten är i allmänhet endast av teoretiskt intresse och bör ej utgöra underlag för dimensionering i praktiken.

Sakförhållandet kan enklast illustreras med initialkrokighetens inverkan i ett enkelt fall - en icke sidostöttad sträva.

Valsämne $17 \times 17 \text{ cm}^2$, $d = 17 \text{ cm}$

$P = 290 \text{ Mp}$ ger $\sigma_j = 1000 \text{ kp/cm}^2$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}, \text{ där } E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$$

$$I = \frac{17^4}{12} \text{ cm}^4$$

$$l = 500 \text{ cm}$$

Insättning av angivna värden ger

$$P_E = 580 \text{ Mp}$$

$$\nu = \frac{P_E}{P} = \frac{580}{290} = 2,0 \quad (= \text{knäcksäkerheten})$$

$$a = \delta_0 \frac{1}{1 - \frac{1}{\nu}} = 2 \delta_0$$

Sätt $\delta_0 = \frac{l}{400} = \frac{500}{400} = 1,25 \text{ cm}$

varvid a erhålles

$$a = 2 \delta_0 = 2,5 \text{ cm}$$

$$\sigma_j = \frac{P}{A} \pm \frac{Pa}{W} = \frac{P}{A} \left(1 \pm \frac{a}{d} \cdot 6\right) = 1880 \text{ kp/cm}^2$$

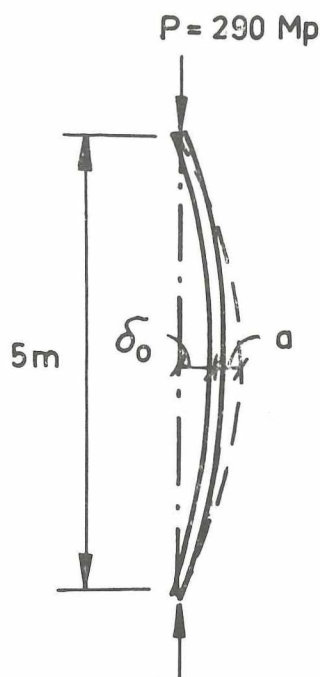


Fig 1. Beräkningsexempel. Icke sidostöttad sträva.

Av exemplet framgår, att om man bortser från initialutböjningen blir den centriska tryckspänningen $\sigma_j = 1000 \text{ kp/cm}^2$. Räknas däremot med inverkan av initialdeformationen blir maximal kantspänning

$$\sigma_j = 1880 \text{ kp/cm}^2 - \text{alltså nästan dubbla värdet.}$$

Som synes kan bärförmågan hos icke sidostöttade strävor kraftigt reduceras av initialkrokigheten. Det är enkelt att inse, att elastiskt sidostöttade strävor härvidlag måste bete sig på samma sätt.

Frågan om pålars bärförmåga i ett elastiskt medium har i Sverige tidigare behandlats av bl a Granholm (1), Bergfelt (2), (3), Rinkert (4) och Broms (5).

I högre grad än övriga författare har Broms (5) studerat och betonat initialutböjningens och de av axialkraften framkallade utböjningsmomentens inverkan på en påles bärförmåga. Beträffande Broms behandling av problemet - som principiellt överensstämmer med vad som nedan redovisas angående initialdeformationernas inverkan - bör påpekas, att han i förenklande syfte medvetet bortsett från det faktum, att uttrycket för beräkning av momentförstoringen $p g a$ axiallasten är giltigt endast då initialdeformationerna är i stort sett affina med knäckkurvan för strävan ifråga. Vidare har initialkrökningen beräknats i förhållande till en rät linje mellan pålens ändpunkter.

Vid studium av deformationsmätningarna på ett stort antal slagna stålpålar framgår, att det av Broms föreslagna approximativa förfarandet torde ge alltför låga värden på bärförmågan.

Initialkrokighet

Om initialkrokigheten hos en sträva har formen enligt fig 2a låter sig tilläggsmomenten lätt beräknas. Problemet är bara att sannolikheten för att denna deformationsfigur är förhanden är mycket liten i praktiken. Broms (5) har angripit problemet genom att beskriva en godtycklig initialkrokighet med fourier-serier. (Fig 2 b) Enligt författarnas mening bör dock studiet av initialkrokiga pålars bärförmåga baseras på teorin för krökta balkar (bågar) i elastiskt medium (Hetenyi /7/). I sak innebär detta, att man tar fasta på den krökta strävans bågverkan i det elastiska mediet på sätt som illustreras av fig 2c. Den för momentförstoringen relevanta initialkrokigheten räknas i så fall till en krökt referenslinje (och ej i förhållande till kordan

mellan pålens ändpunkter) på sätt som redovisas nedan. Måhända kan hänsynstagandet till ovannämnda bågverkan synas oväsentligt vid så svagt krökta byggnadselement som pålar. Att bortse från bågeffekten är emellertid principiellt sett detsamma som om man vid beräkning av deflektionsmomenten i tvåledsbågar skulle utgå från kordan genom bågansfangen i stället för trycklinjens avvikelse från bågaxeln. Det är lätt att visa att problemställningen har praktisk betydelse och bör leda till en realistisk bedömning av den krokiga pålens bärförmåga.

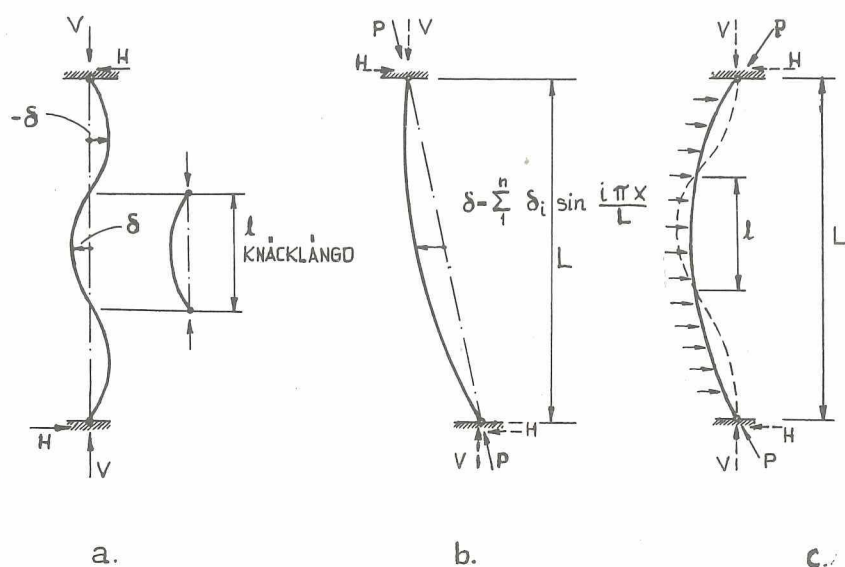
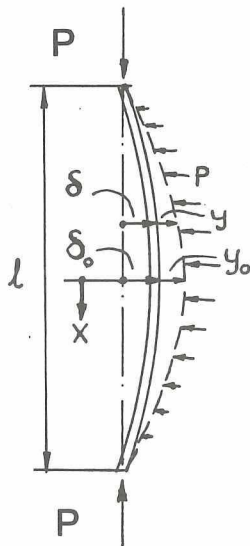


Fig 2. Olika antagna former av initialkrokighet.

Fig 2c illustrerar en annan viktig omständighet. Reaktionen från en byggnadskropp angriper i allmänhet pålen mer eller mindre tangentiellt såsom fig 2c visar. Hur mycket kraften avviker från tangentens riktning beror av pålens initialkrökning, pålens resp mediets styvhet, inspänningsförhållanden m m. Att - som ofta ses i litteraturen - anta att pålkraften angriper som visas i fig 2b torde under alla förhållanden sakna berättigande och innebär i de flesta fall en alltför ogynnsam förutsättning.

Knäckning av sträva i elastiskt medium under hänsynstagande till initial utböjning



L = strävans totallängd

$$l_e = \text{elastisk längd} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{cb}}$$

l = ideell knäcklängd

δ = initial utböjning (antages sinusformad)

y = utböjning

$$p = cb \cdot y = k \cdot y$$

$$\delta = \delta_0 \cdot \cos \frac{\pi x}{l}; \quad y = y_0 \cdot \cos \frac{\pi x}{l}$$

$$P = P_1 + P_2$$

P_1 = den del av axialkraften som uppbäres av strävan

P_2 = den del av axialkraften som uppbäres av det elastiska mediet

Fig 3. Knäckning av elastiskt sidostöttad, initialböjd sträva.

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -p = -k \cdot y = -k \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{l}$$

$$\frac{dM}{dx} = R = -\frac{l}{\pi} \cdot k \cdot y_0 \sin \frac{\pi \cdot x}{l} + C_1$$

$$M = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot k \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{l} + C_2$$

$$\text{Randvillkoren ger } C_1 = C_2 = 0$$

$$R_2 = -\frac{l}{\pi} \cdot k \cdot y_0 \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$M_2 = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot k \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\pi x}{l}$$

$$P_2 (y + \delta) = M_2 = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot k \cdot y;$$

$$P_1 (y + \delta) = M_1 = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \cdot y; \quad \left(\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \right)$$

Enligt definition är

$$P (y + \delta) = P_1 (y + \delta) + P_2 (y + \delta)$$

$$P (y + \delta) = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \cdot y + \frac{l^2}{\pi^2} \cdot k \cdot y$$

$$P = \left(\frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} + \frac{l^2}{\pi^2} \cdot k \right) \cdot \frac{y}{y + \delta} \dots\dots\dots 2a$$

$$\frac{dP}{dl} = \left(\frac{2 \cdot l}{\pi^2} \cdot k - \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot EI}{l^3} \right) \frac{y}{y + \delta}$$

(Obs! Derivering m a p l är berättigat endast om $L \gg l$).

$$\frac{dP}{dl} = 0 \text{ för } l^4 = \frac{\pi^4 EI}{k}$$

$$P_{\min} = P = (\sqrt{k \cdot EI} + \sqrt{k \cdot EI}) \cdot \frac{y}{y + \delta}$$

$$P = 2 \sqrt{k \cdot EI} \cdot \frac{y}{y + \delta} \dots\dots\dots 2$$

För korta pålar $l \approx L$ rekommenderas uttrycket (knäckfigur = en halvvåg) $\circ$

$$P = \left(\frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{L^2}{\pi^2} \cdot k \right) \cdot \frac{y}{y + \delta} \dots\dots\dots 2b$$

Det kan visas att ekv 2b kan generaliseras till

$$P = \left(\frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot EI}{L^2} + \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \frac{k}{n^2} \right) \cdot \frac{y}{y + \delta} \dots\dots\dots 2c$$

där n = antalet halvvågor hos den knäckfigur, som svarar mot den minsta knäcklasten.

Av formeln för P synes, att med obegränsat elastiska material -
d v s då y kan växa över alla gränser - eller då $\delta \rightarrow 0$ erhålles som
gränsvärde det bekanta uttrycket:

$$P_k = 2 \sqrt{k \cdot EI} \dots\dots\dots 1$$

Om $\frac{P_k}{P} = \nu$ erhålles ur ekv 1 och 2 de välbekanta uttrycken:

$$P = P_k \cdot \frac{y}{y + \delta}$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{y}{y + \delta} \Rightarrow y = \delta \cdot \frac{1}{\nu - 1}$$

Totala utböjningen blir:

$$y + \delta = \frac{1}{1 - \frac{1}{\nu}} \cdot \delta \dots\dots\dots 3a$$

och momentet M_1 :

$$M_1 = \frac{-d^2(y + \delta)}{dx^2} \cdot EI = \frac{-\nu}{\nu - 1} \cdot \frac{d^2\delta}{dx^2} \cdot EI = \frac{+\nu}{\nu - 1} M_0 \dots 3b$$

där M_0 är momentet i strävan p g a initialutböjningen

Ekv 3 a och b ger alltså de bekanta sambanden mellan utböjning resp
moment av andra ordningen och knäcksäkerhet (elastisk knäckning).
Jfr Broms (5). Observeras bör emellertid att giltigheten av ekv 3 a
och b begränsas av att initialutböjningen δ skall vara affin med den
knäckkurva som svarar mot knäcksäkerheten ν eller åtminstone ha
samma randvillkor och våglängd som denna. Kurvan för δ bör m a o
ha maximalpunkter och inflektionspunkter i samma lägen som den verk-
liga knäckkurvan.

Vidare erhålles följande samband:

$$\frac{l^4}{l_e^4} = \frac{\frac{\pi^4 \cdot EI}{k}}{\frac{4 \cdot EI}{k}} = \frac{\pi^4}{4}$$

$$l = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot l_e = 2,22 l_e \dots\dots\dots 4$$

$$l_e = \text{pålens "elastiska längd"} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI}{k}}$$

Gränsvärdet för P_k enligt ekv 1 är, som tidigare framhållits, endast av teoretiskt intresse och kan endast uppnås om strävan är homogen, jämntjock och rak i matematisk mening. Detta torde aldrig förekomma i praktiken. Elasticitetsgränserna för materialet i strävan (eller det omgivande mediet) kommer därför alltid att begränsa bärförmågan - plastisk knäckning.

Spänningar i strävan

Ehuru framställningen i det följande principiellt är allmängiltig, begränsas tillämpningen till axiellt tryckta valsämnespålar omgivna av ett elastiskt medium.

$$\sigma_j = \frac{P}{A} \pm \frac{\Delta M_1}{W} + \Delta \sigma_j$$

$$\Delta M_1 = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \cdot y = \frac{\pi^2 EI}{\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{k}}} \cdot y = \sqrt{k EI} \cdot y \dots\dots\dots 5a$$

$$\Delta M_1 = \frac{y + \delta}{2} \cdot P = \frac{P}{2} \cdot \frac{y}{y - 1} \cdot \delta \dots\dots\dots 5b$$

$$\sigma_j^{\max} = \frac{P}{A} \left(1 \pm \frac{y_0 + \delta_0}{2} \cdot \frac{A}{W} \right) + \Delta \sigma_j \dots\dots\dots 6$$

där ΔM_1 = tilläggsmoment p g a axiallasten och

$\Delta \sigma_j$ = den spänning i pålmaterialet som motsvarar initialdeformationen δ .

$$P_{\text{gräns}} = \frac{(\sigma_j^{\text{stuk}} - \Delta \sigma_j) \cdot A}{1 + \left(\frac{y_o + \delta_o}{2}\right) \cdot \frac{A}{W}} \dots\dots\dots 6a$$

Med hjälp av ekvationerna 2 och 6 a kan den last och det deformationstillstånd vid vilka strävans bärförmåga uppnåtts bestämmas. Om båda uttrycken uppritas i diagram (se fig 4) med P som ordinata och $(y_o + \delta_o)$ som abscissa markerar skärningspunkten mellan kurvorna pålens brottlast. Således uttrycker ekv 2 sambandet mellan axiellast P och utböjning, medan ekv 6 a ger alla de kombinationer av axiellast och utböjning, som alstrar en spänning = sträckgränsen i pålmaterialet.

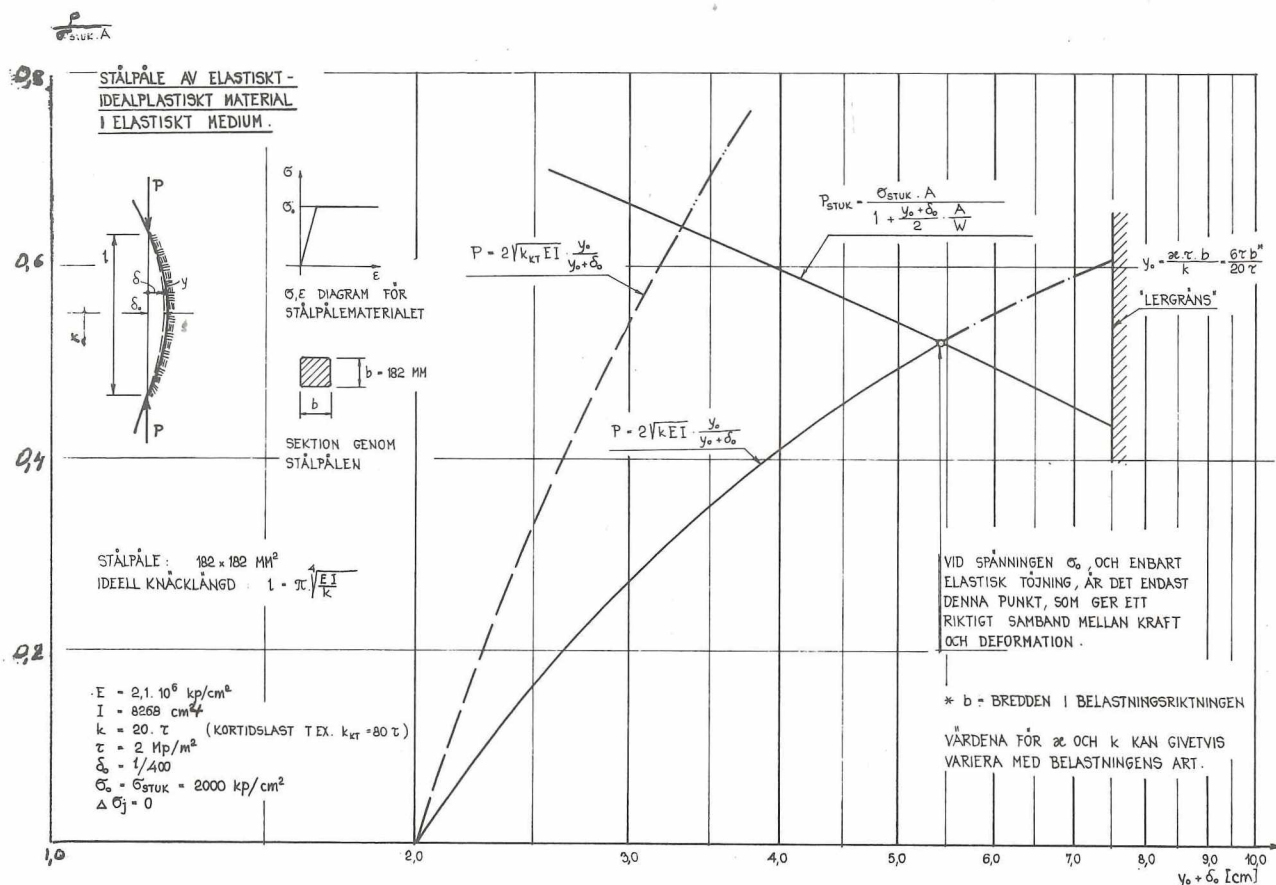


Fig 4. Bestämning av bärförmågan hos påle under hänsynstagande till andra ordningens utböjningar.

Pålens deformationstillstånd är viktigt att känna till även med hänsyn till att det omgivande mediets sammantryckbarhet är begränsad. I vissa fall kan alltså mediets egenskaper avgöra pålens bärförmåga.

Av denna anledning har i diagrammet i fig 4 inritats en kurva benämnd "lergräns" markerande gränsen för mediets elasticitet.

Elimineras y ur ekv (2) och (6 a) får man för $P_{\text{gräns}}$

$$\frac{P}{\sigma_{\text{stuk}} \cdot A} = \frac{\frac{P_1}{\sigma_{\text{stuk}} \cdot A} + \frac{P_E}{\sigma_{\text{stuk}} \cdot A} \left(1 + \frac{\sigma \cdot A}{2W}\right)}{2} -$$

$$\sqrt{\left[\frac{\frac{P_1}{\sigma_{\text{stuk}} \cdot A} + \frac{P_E}{\sigma_{\text{stuk}} \cdot A} \left(1 + \frac{\sigma \cdot A}{2W}\right)}{4} \right]^2 - \frac{P_1 \cdot P_E}{(\sigma_{\text{stuk}} \cdot A)^2}} \dots\dots\dots 6b$$

där $P_1 = A (\sigma_{\text{stuk}} - \Delta \sigma_j)$

$$P_E = 2 \sqrt{k EI}$$

Momentet i strävan kan även beräknas med det av Broms (5) angivna differensförfarandet. Se figur 5

$$M = EI \cdot \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} \cdot \frac{u}{u-1}$$

$$= EI \cdot \frac{2 y_a - y_b - y_c}{\Delta x^2} \cdot \frac{u}{u-1} \dots\dots\dots 7$$

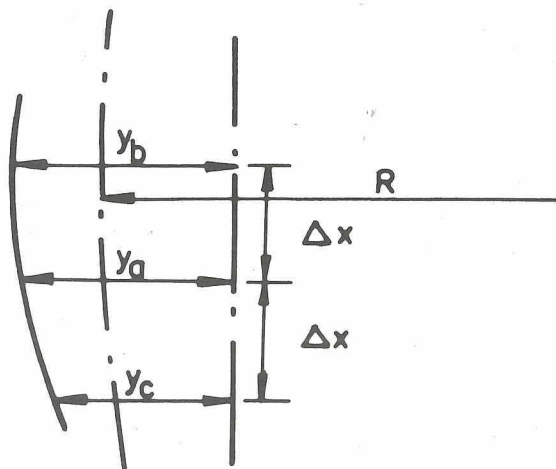


Fig 5. Differensberäkning strävars krökning.

I så fall bör dock värdet $\frac{\Delta y^2}{\Delta x^2}$ korrigeras med värdet $\frac{1}{R}$ (jfr fig 9) på sätt som framgår av framställningen nedan, varvid ekvationen erhåller formen:

$$M_1 = EI \cdot \left(\frac{2y_a - y_b - y_c}{\Delta x^2} - \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{\sqrt{\nu}}{\sqrt{\nu} - 1} + \frac{EI}{R} \dots \dots \dots 7a$$

eller då initialkrokigheten ej representerar något spänningstillstånd

$$M_1 = EI \cdot \left(\frac{2y_a - y_b - y_c}{\Delta x^2} - \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\nu} - 1} \dots \dots \dots 7b$$

Inverkan av egenspänningar i pålmaterialet

Såvida inte särskilda åtgärder vidtagits innehåller formprodukter av de flesta material egenspänningar härrörande från temperatur- och krympningseffekter, som uppkommit i samband med produktens tillblivelse. Valsade stålprofiler utgör intet undantag och har betydande egenspänningar, som härrör från avsvälningen i valsverket. Massiva stålprofiler av typ valsämnen är i hög grad behäftade med dessa parasitspänningar, vilka - eftersom de yttre delarna av valsämnet är tryckta - kan befaras ha en menlig inverkan på profilens böjstyvhet. (se fig 6).

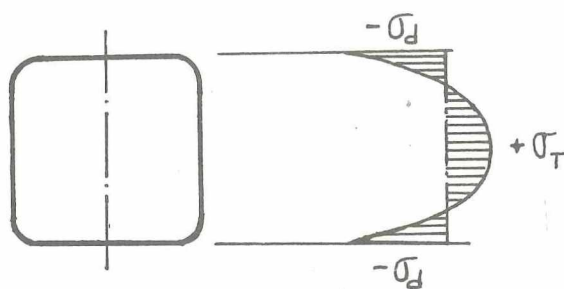


Fig 6. Egenspänningar i valsad profil erhållna från avsvälning i valsverk.

Sedan ovan redovisade beräkningsmetod för beräkning av bärförmågan hos en påle med väl definierade elasto-plastiska egenskaper (se kurva A i fig 7) etablerats, inställer sig osökt frågan hur bärförmågan hos en påle förändras i närvaro av dylika egenspänningar.

Försök, som utförts i samband med uppförandet av magasin nr 6 i Stockholms frihamn, samt resultat redovisade av bl a lic Alpsten (6), visar att närvaron av egenspänningar i valsämnena av stål gör sig märkbara på så sätt, att proportionalitetsgränsen för valsämneprofilen som helhet reduceras väsentligt. Vid centrisk belastning kan man erhålla arbetskurva av typ B (fig 7). Vid ren böjning fås enligt Alpsten ett kraft-deformationssamband av typ C (fig 7).

Då nu en valsämnespåle måste anses utgöra en excentriskt tryckt konstruktion med varierande förhållande mellan axialkraft och moment, synes de teoretiska svårigheterna närmast oöverstigliga. En noggrann analys fordrar nämligen att man känner valsämnets arbets-

kurva för snart sagt alla variationer i förhållandet axialkraft - moment.

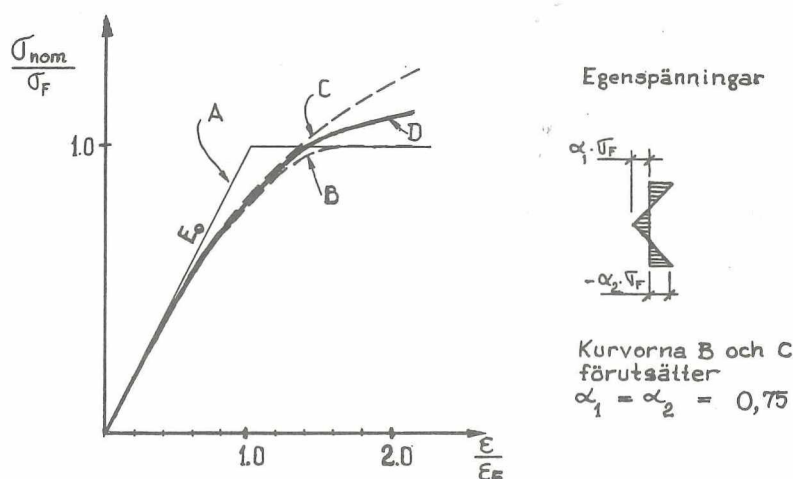


Fig 7. Olika σ/ϵ -diagram för valsämne med egen-spänningar.

Praktiskt sett torde man emellertid kunna räkna med att arbetskurvan vid excentriskt tryck måste variera mellan gränskurvorna B och C (fig 7). Då skillnaden mellan kurva B och C är relativt liten inom det intervall, som aktuellt är att räkna med i detta sammanhang torde man med god approximation kunna tillämpa medelkurvan D, som arbetskurva för excentriskt tryckta valsämnen.

Kan nu kraftdeformationssambandet anses vara känt, bör ovan redovisade beräkningsmetod utan vidare kunna tillämpas för praktiskt bruk om man i stället för elasticitetsmodulen E_0 insätter den mot en godtyckligt vald nominell spänning σ_1 , svarande sekantmodulen E_1^* i ekv 1. I stället för σ_j^{stuck} i ekv 6a insättes den nominella spänningen σ_1 . σ_1 benämnes "nominell" emedan den ej betecknar verkliga spänningen i stålmaterialiet, utan blott utgör den maximala kantspänningen p g a de yttre krafterna. Den reella spänningen, som är den sammanlagda effekten av yttre krafter och egenspanningar är svår att beräkna och saknar dessbättre betydelse i detta sammanhang. Det väsentliga är att den valda sekantmodulen E_1 står i korrekt relation (via arbetskurvan) till den av de yttre krafterna orsakade kantspänningen σ_1 . Betraktelsesättet kan måhända förefalla anstötligt ur teoretisk synvinkel. I själva verket är metodiken analog med förfarandet

* Det bör observeras att ekv 2a - 2c gäller strängt endast om E_1 är konstant längs strävan. Detta är nog räknat ej fallet då totalspänningens momentandel varierar. Felet ligger emellertid inom gjorda approximationer och är på säkra sidan.

Beträffande förutsättningarna för uppgörandet av diagrammen fig 4 och 8 gäller att initialutböjningen enligt vanlig praxis satts till $l/400$. Härvid må framhållas att andra uttryck för antagen initialkrökning är föreslagna av Dutheil, Aas-Jakobsen m fl (jfr Bygg 155:3).

Vidare har bäddmodulen $cb = k$ satts till 20τ för kohesionsmaterial, vilket värde har rekommenderats av Bergfelt (2), (3), m fl. (För korttidslast har i fig 4 antagits $k = 80 \tau$.)

Praktiskt förfarande för bestämning av den för momentförstoringen relevanta initialutböjningen

Som tidigare framhållits bör av axialkraft och initialkrokighet beroende böjmoment i pålen allmänt sett beräknas med hjälp av teorin för krökta balkar i elastiskt medium. Med undantag för vissa specialfall torde emellertid ett dylikt förfarande leda till mycket komplicerade beräkningar. För praktiskt bruk föreslås därför följande approximativa förfarande som, tillämpat på rätt sätt allt efter de vitt skilda geotekniska omständigheter, som kan vara för handen, ger möjlighet att tillvarataga de gynnsamma effekter på en påles bärförmåga, som kan motiveras av dess bågverkan i det elastiska mediet.

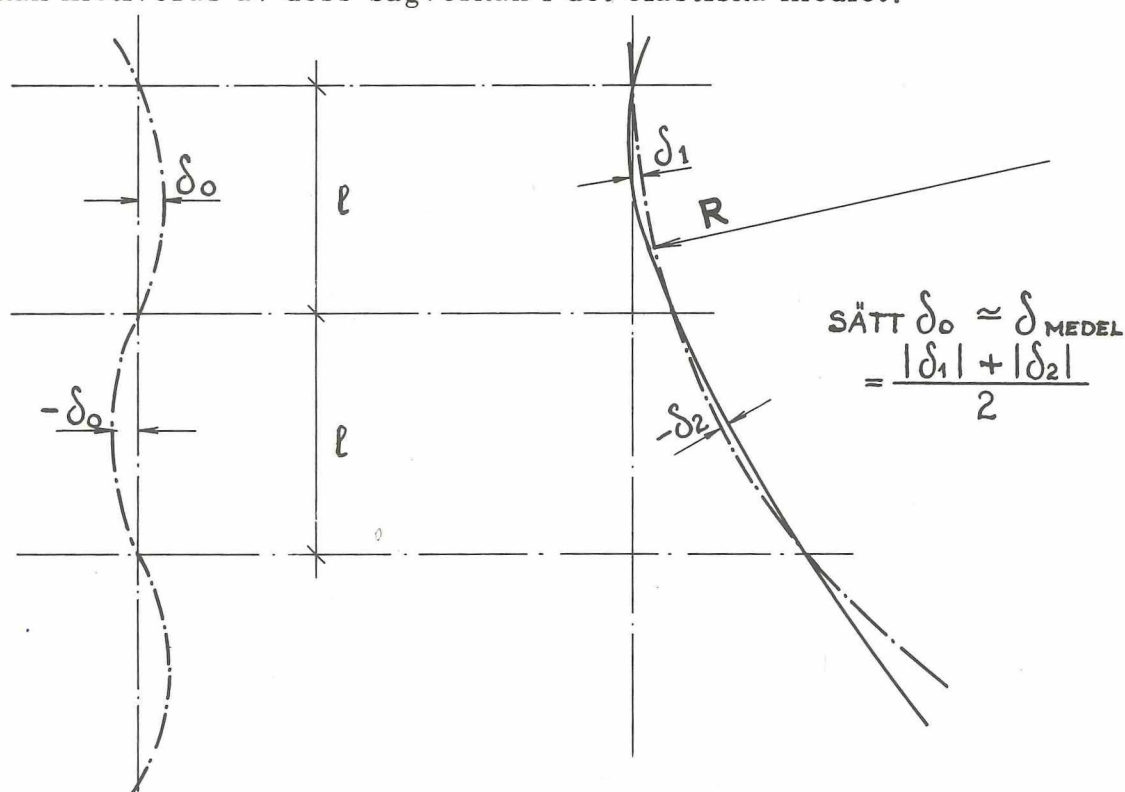


Fig 9. Deformationsfigur hos initialkrökt påle

Vid härledningen ovan mätes initialutböjningen i relation till kordan mellan två närbelägna "noder" på den knäckkurva, som svarar mot den lägsta knäcklasten. Beräkningen av bärförmågan enligt ovan förutsätter alltså en deformationsfigur hos pålen enligt fig 9a.

I verkligheten torde vid försiktig slagning sannolikheten vara tämligen liten för att deformationsfiguren 9a skulle vara för handen. Man har att räkna med, att pålen efter slagning kan ha vilken annan form som helst. Man frågar sig då på vilket sätt den föreslagna beräkningsmetoden är berättigad.

För att lösa problemet undersökes förhållandena hos en krökt sträva, som på en längre sträcka (d v s $L \gg \ell$) har konstant krökningsradie. (Fig 10a och b).

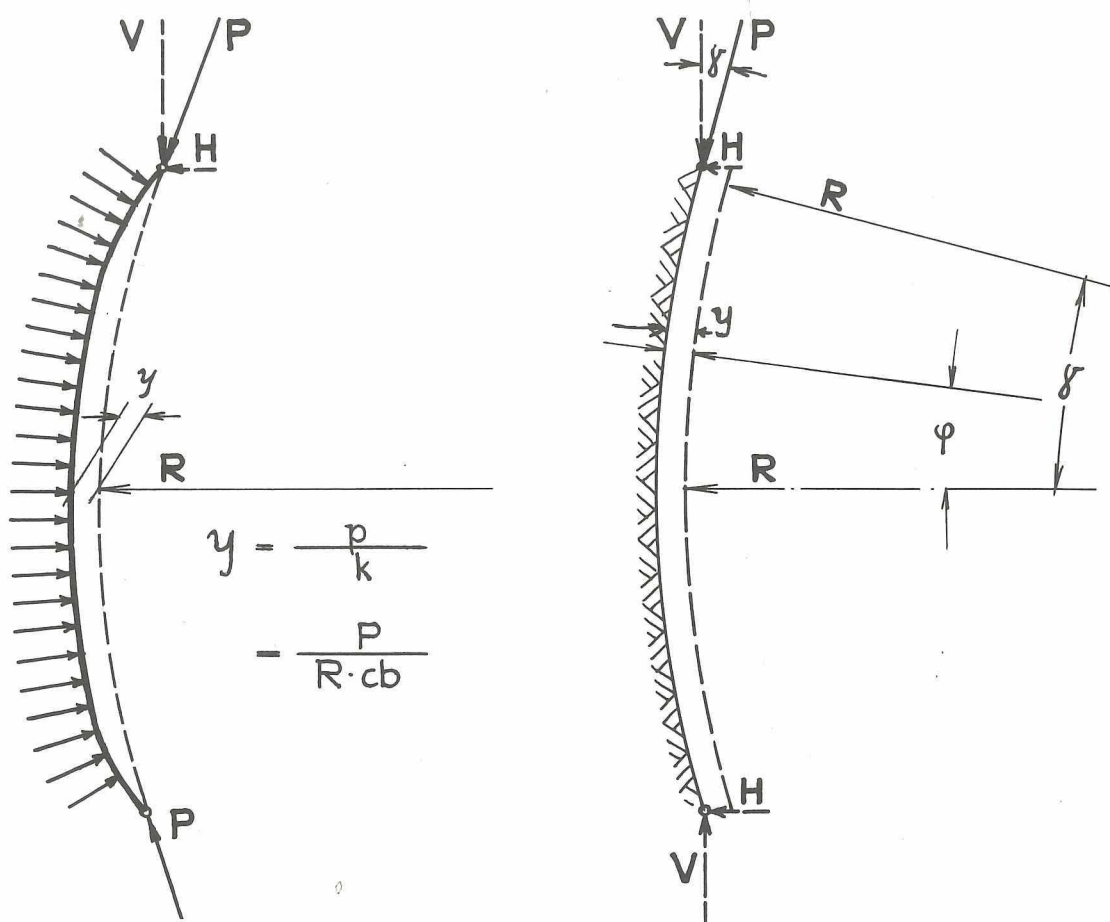


Fig 10. Axiellt, krökt sträva med konstant krökningsradie.

För en axiellt tryckt, krökt sträva på elastiskt underlag gäller allmänt med beteckningar enligt fig 10b (Hetenyi /7/).

$$\begin{aligned}
y = \frac{H}{R \cdot cb} & \left[\sin \gamma + \frac{2\varphi \cdot \cos \gamma}{\sinh 2\varphi \gamma + \sin 2\varphi \gamma} \cdot \right. \\
& \left. \left\{ \cosh \varphi (\gamma + \varphi) \cdot \cos (\gamma - \varphi) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cosh \varphi (\gamma - \varphi) \cdot \cos (\gamma + \varphi) \right\} \right] + \\
\frac{V}{R \cdot cb} & \left[\cos \gamma - \frac{2\varphi \cdot \sin \gamma}{\sinh 2\varphi \gamma + \sin 2\varphi \gamma} \cdot \right. \\
& \left. \left\{ \cosh \varphi (\gamma + \varphi) \cdot \cos (\gamma - \varphi) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cosh \varphi (\gamma - \varphi) \cdot \cos (\gamma + \varphi) \right\} \right] \dots \dots \dots 8
\end{aligned}$$

$$\text{där } \varphi = \sqrt[4]{\frac{R^4 \cdot cb}{4 EI}}$$

För specialfallet att N angriper strävan tangentiellt blir:

$$V = N \cos \gamma$$

$$H = N \sin \gamma$$

varvid efter hyfsning:

$$y = \frac{N}{R \cdot cb} = \text{konstant.}$$

Pålen i fig 10a utövar således ett konstant tryck mot det omgivande mediet, utom vid ändarna, där randvillkoren påverkar påkraftens riktning och pålens tryck mot jorden. Vidare är utböjningen konstant, d v s oberoende av variabeln φ . Härav inses att trycklinjen sammanfaller eller är parallell med pålens axel, varför pålen ur stabilitets-synpunkt är likvärd med en fullständigt rak sträva. En del av jordens mothållande förmåga är visserligen tagen i anspråk av lasten $p = \frac{P}{R}$, men med vederbörlig korrektion för detta bör en påle med konstant krökningsradie vara statiskt likvärd med en rak sådan. Vill man nu för en godtyckligt krokig påle finna den initialutböjning, som är relevant för bestämning av pålens bärförmåga, synes det vara rimligt mäta initialutböjningen från en eller flera cirkelbågar, som skär utböjningslinjen i punkter med en ekvidistans motsvarande pålens knäcklängd i det aktuella mediet. Jfr fig 11.

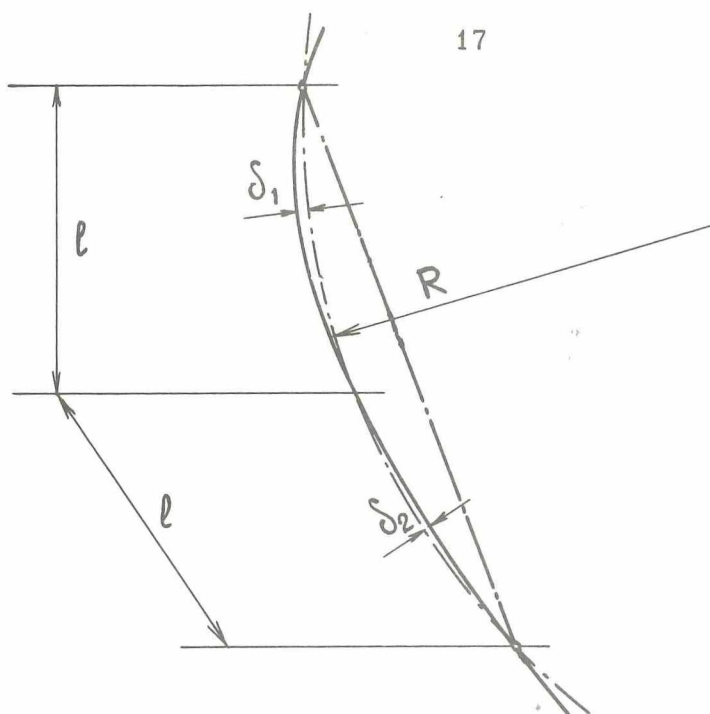


Fig 11. Initialkrökt påle med krökningen approximerad till en cirkelbåge.

Då i allmänhet endast en cirkelbåge kan läggas genom tre givna punkter, kan det vara nödvändigt att konstruera flera sådana cirkclar för att erhålla det ogynnsammaste värdet på initialutböjningen. På detta sätt kan man således - oavsett formen hos pålens utböjningslinje - alltid konstruera fram initialutböjningarna för två antimetriska vågor där våglängden är lika med knäcklängden. Dessa initialutböjningar bör kunna läggas till grund för hållfasthetsberäkningen enligt ekv 2 och 6a. I detta sammanhang måste påpekas, att metoden är tillämplig även vid mycket korta eller i förhållande till det omgivande mediet styva pålar, för vilka knäcklängden (λ) är av samma storleksordning som totallängden (L), varvid dock ekv 2a ersättes med ekv 2b eller 2c.

Förfarandet kommer således att reflektera det i och för sig självklara förhållandet, att det icke kan vara pålaxelns avvikelse från lodlinjen eller från förbindelselinjen mellan pålens ändpunkter, som bestämmer dess bärförmåga. En påle med jämn och konstant krökning kan avvika avsevärt från den tänkta slagningsriktningen och ändå ur knäckningssynpunkt vara jämförbar med en rak påle. Detta kan vara förklaringen till att man vid provbelastning av slagna pålar ofta erhållit brottlaster i närheten av den teoretiska knäcklasten, trots att erfarenheten visar, att i synnerhet slanka stålpålar sällan är raka efter ned-

slagningen i jorden.

Fig 12 visar bärförmågens beroende av det elastiska mediets skjuvhållfasthet vid antagna värden på initialdeformationen enligt olika författare. Noteras bör att dessa uttryck för utböjningen ursprungligen är uppställda för icke elastiskt sidostöttade strävor och därför icke nödvändigtvis är tillämpliga i detta sammanhang. Det är förvånande att pålens bärförmåga icke ökar i snabbare takt med tilltagande hållfasthet hos jorden än som framgår av diagrammet. Med de antagna förutsättningarna torde det emellertid förhålla sig på detta sätt så länge brottgränsen definieras av att stålets sträckgräns ej får överskridas - d v s man håller sig inom ramen för elasticitetsteorin. Mycket talar emellertid för att man i fastare jordar skulle få högre och kanske mer realistiska värden på bärförmågan, om denna baserades på plasticitetsteoretiska beräkningar. Det måste därför anses synnerligen angeläget att resultatet av utförda provbelastningar sammanställs och analyseras teoretiskt.

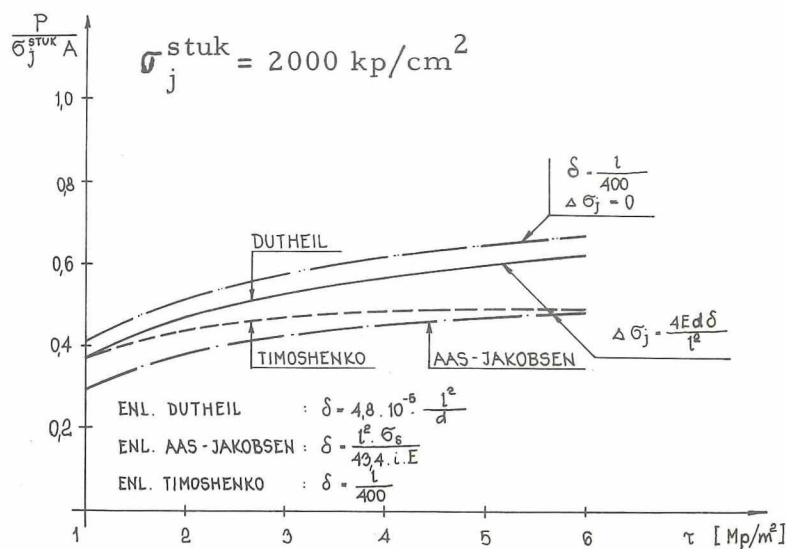


Fig 12 visar bärförmågan beroende av det elastiska mediets skjuvhållfasthet vid antagna värden på initialdeformationen enligt olika författare.

Av fig 4, 8, 12 och 13 som visar initialkrökningens - i extrema fall katastrofala - inverkan på en påles bärförmåga framgår nödvändigheten av att pålningsarbetet bedrivs enligt en sådan metod, att

stålpålens krökning kan kontrolleras. Av denna anledning måste man ifrågasätta huruvida det är lämpligt att utföra pålningsarbete med *alltför* klena massiva stålprofiler (t ex armeringsjärn) eftersom krökningsmätning enligt någon nu känd metod inte är ekonomiskt eller praktiskt möjlig.

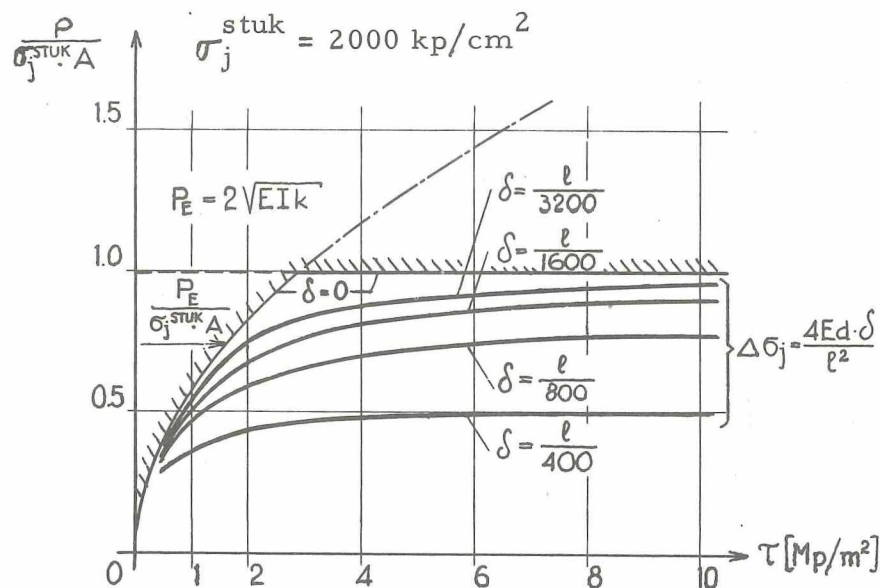


Fig 13. Samband mellan bärförmåga och jordens skjuvhållfasthet vid olika storlek på initialdeformationen

Beträffande pålning med klena stålprofiler gäller för övrigt, att på samma gång som de är känsligare för inverkan av en given initialkrökning, utgör den ringa styvheten hos dessa profiler ett predikament för uppkomsten av just sådana krökningar under slagningen. Det är inte ägnat att förvåna, att utförda pålningsarbeten med armeringsjärn givit många negativa erfarenheter, då inte vederbörlig hänsyn tagits till förekommande svårigheter.

Litteraturhänvisningar

- (1) GRANHOLM, HJ. On the elastic stability of piles surrounded by a supporting medium. IVA:s handl. nr 89, 1929.
- (2) BERGFELT, A. Grundläggning med stålplålar. Väg- och Vattenbyggaren nr 3, 1956.
- (3) BERGFELT, A. Armeringsstänger som plålar. (Föredrag vid armeringsdagen den 8. 11 1963 anordnad av Halmstads Järnverk).
- (4) RINKERT, A. Knäckning av stålplålar. Byggmästaren 1960, nr 1.
- (5) BROMS, B. Krokiga plålar bärformåga. Väg- och Vattenbyggaren nr 3, 1967.
- (6) ALPSTEN, G. Egenspanningar i varmvalsade stålprofiler. Institutionen för brobyggnad KTH, Stockholm 1967.
- (7) HETENYI, M. Beams on Elastic Foundation. The University of Michigan Press, 1961.

tidig kontakt - god ekonomi

planera

BYGGSVETSARBETEN
DJUPKOMPRIMERING
GRUNDFÖRSTÄRKNING
HORISONTALHÅLNING
MARKSTABILISERING
PELARGRUNDLÄGGNING
PÅLNING OCH SPONTNING
SPONTFÖRANKRING
BORRNINGARBETEN
GRUNDUNDERSÖKNING
INJEKTERINGSARBETEN
PLASTARBETEN
PREPAKT-BETONGARBETEN
SPRUTBETONGARBETEN
VAKUUMBEHANDLING AV BETONG
PÅL- OCH SPONTBEHOV
OCH
TOTALA GRUNDENTREPRENADER

i samarbete med

stabilator

BOX 46

161 26 BROMMA 1

TEL. 08/26 28 00

GÖTEBORG 031/42 25 50

NORRKÖPING 011/490 90

KARLSTAD 054/814 82

MALMÖ 040/12 31 90

SUNDSVALL 060/305 22

SKELLEFTEÅ 0910/189 95